Teoría de juegos. Principales conceptos. Aplicaciones, con especial referencia a las subastas.

Introducción 2′30″

- **Enganche**: «Hoy por ti, mañana por mí»: ayudamos sin firmar nada a quien volveremos a ver; no somos mejores, cambia el *juego*.
  - Jul. 2021: subasta de 700 MHz (5G), 12 rondas, 1.010 M€ (salida 995,5).
  - *¿Se puede predecir qué harán agentes interdependientes? ¿Y diseñar reglas para que revelen lo que saben?*
- **Relevancia**:
  - *Teórica*: lenguaje común de la micro; 6 Nobel (1994-2020).
  - *Empírica*: oligopolio [3.A.19], entrada [3.A.15], comercio [3.B.7], banco central [3.A.36].
  - *Política*: el Estado subasta deuda, espectro, renovables, CO_2 y persigue cárteles.
- **Contextualización**:
  - **Teoría de juegos**: situaciones de **interdependencia estratégica**; con 1 jugador, decisión con riesgo [3.A.10].
  - Cournot (1838) → von Neumann (1928, 1944) → Nash (1950), Selten (1965), Harsanyi (1967) → diseño de subastas desde los 90.
- **Problemática**: ¿qué predecir cuando cada uno elige pensando en los demás? ¿Cuándo es creíble una amenaza? ¿Qué cambia con información privada? ¿Qué subasta conviene?
- **Estructura**: I, información completa; II, incompleta y cooperativos; III, aplicaciones y subastas. Eje: el *concepto de equilibrio*.

Introducción ..... 2′30″
I. Conceptos (I): información completa ..... 9′
1. Elementos, representación y clasificación ..... 1′30″
2. Estáticos: dominancia; EN; mixtas; minimax ..... 3′30″
3. Dinámicos: secuenciales (ENPS) y repetidos ..... 4′
II. Conceptos (II): incompleta y cooperativos ..... 7′30″
1. Bayesianos (Harsanyi): EBN ..... 2′
2. EBP y señalización; criterio intuitivo ..... 2′
3. Negociación; núcleo; valor de Shapley ..... 3′30″
III. Aplicaciones: especial referencia a subastas ..... 10′
1. Aplicaciones en economía ..... 1′30″
2. Diseño de mecanismos: revelación; límites ..... 2′
3. Subastas: formatos, equivalencia, colusión ..... 6′30″
Conclusión ..... 1′

I. Principales conceptos (I): información completa 9′

Con información completa, el EN es el concepto central: existe siempre (en mixtas) en juegos finitos, pero puede ser ineficiente, múltiple o apoyarse en amenazas no creíbles; el ENPS lo afina y la repetición sostiene la cooperación sin contratos.

I.1. Elementos, representación y clasificación

- *4 elementos* (Mas-Colell et al., 1995): **jugadores** $i \in N$; **reglas** (quién mueve, cuándo, qué sabe, qué **acciones**); **resultados**; **pagos** u_i (utilidad esperada vNM si hay azar [3.A.10]).
- **Estrategia** $s_i \in S_i$: *plan completo de acción*, qué hará en cada nodo en que pueda mover, incluso los que no se alcanzan ≠ acción. **Perfil** $s = (s_i, s_{-i})$. **Puras** o **mixtas** (al azar).
- **Conocimiento común** (Aumann, 1976): todos saben, todos saben que todos saben...
- *Representación*: **forma extensiva** (árbol: nodos de decisión, ramas, nodos terminales con pagos; **conjunto de información**: nodos que el jugador no distingue, línea discontinua); **forma normal** (matriz). Cada extensiva tiene una normal, no al revés: la normal pierde el orden de las jugadas.
- *Clasificación*: **no cooperativos/cooperativos** (acuerdos vinculantes; «no cooperativo» = la cooperación, si la hay, se sostiene sola); **estáticos** (simultáneos)/**dinámicos** (**secuenciales**, una vez por turnos; **repetidos**, un **juego de etapa** finito o infinitas veces); información **perfecta/imperfecta** (sobre las *jugadas*); **completa/incompleta** (sobre los *pagos*: el **tipo**); suma cero/variable.

	Estáticos	Dinámicos
Inf. completa	**EN** (I.2)	**ENPS** (I.3)
Inf. incompleta	**EBN** (II.1)	**EBP** (II.2)
Cooperativos	negociación de Nash, núcleo, Shapley (II.3)	

- *Refinamientos*: cada concepto refina al anterior: todo ENPS es EN; todo EBP es EBN. Las subastas son juegos bayesianos.

I.2. Juegos estáticos: dominancia y equilibrio de Nash

a) Dominancia y dilema del prisionero

- **Estrictamente dominante**: $u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s_i', s_{-i})\ \forall s_i' \neq s_i, \forall s_{-i}$. **Débilmente dominada**: ≥ siempre y > en alguna.
- *Ejemplo: guerra de precios* (I filas, E columnas):

	Alto	**Bajo**
Alto	(5, 5)	(0, 6)
Bajo	(6, 0)	(1, 1)

- Bajar es dominante ($6 > 5, 1 > 0$) ⇒ (Bajo, Bajo), *ineficiente en el sentido de Pareto*: **dilema del prisionero** (Tucker, 1950): cártel [3.A.19], polizón [3.A.23], guerras arancelarias [3.B.7], clemencia [4.A.15].
- *Eliminación iterativa* de estrictamente dominadas: el orden no importa (con débiles, sí); cada ronda exige un nivel más de conocimiento común. Pocas veces decide.

b) Equilibrio de Nash

- **Mejor respuesta** $R_i(s_{-i}) = \arg\max_{s_i} u_i(s_i, s_{-i})$ (con acciones continuas, **función de reacción**). **Equilibrio de Nash** (EN; 1950): cada estrategia es mejor respuesta a las de los demás:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)\ \ \forall s_i, \forall i \iff s_i^* \in R_i(s_{-i}^*)$$

  Desigualdad *débil*. *Expectativas que se confirman*. Todo EN sobrevive a la eliminación iterativa, no al revés. Cálculo: subrayar mejores respuestas; casilla con los 2 subrayados.
- **Estrategia mixta** $\vec{\pi}_i \in \Delta(S_i)$: en el EN, cada jugador está *indiferente* entre las puras que mezcla ⇒ *sus probabilidades dependen de los pagos del otro*.
- *Existencia* (Nash, 1950): todo juego con nº finito de jugadores y estrategias puras tiene al menos un EN en mixtas (punto fijo de Kakutani, 1941; Brouwer en 1951). Continuas: EN en puras si estrategias compactas y convexas y pagos continuos y cuasicóncavos (Cournot).
- *Ejemplo: la campaña* (I quiere coincidir, E evitarlo): sin EN en puras; mixtas al 50 %. *Clásicos*: pares o nones; *inspección* (si vigilar se encarece, no se vigila menos: el trabajador se escaquea más).
- *Implicaciones*: predicción mínima (si todos la conocen, ha de ser EN); base de los refinamientos; acciones continuas: corte de las funciones de reacción = Cournot (1838); Bertrand: p = CMg [3.A.19].
- **Teorema minimax** (von Neumann, 1928): 2 jugadores, suma cero:

$$\max_{\vec{\pi}_1} \min_{\vec{\pi}_2} U_1(\vec{\pi}_1, \vec{\pi}_2) = \min_{\vec{\pi}_2} \max_{\vec{\pi}_1} U_1(\vec{\pi}_1, \vec{\pi}_2)$$

  Valor del juego; minimax = EN; ≠ maximin de Wald [3.A.10]. Penaltis (Palacios-Huerta, 2003).
- *Valoración: 4 límites del EN*:
  1. puede no existir en puras;
  2. *varios*: coordinación, **puntos focales** (Schelling); batalla de los sexos; gallina;
  3. no eficiente en el sentido de Pareto;
  4. *amenazas no creíbles* en dinámicos.

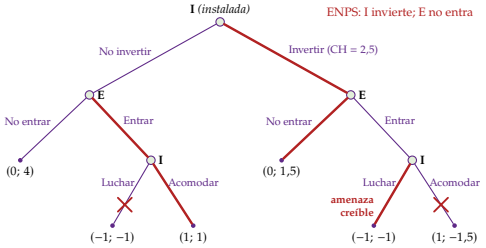
I.3. Juegos dinámicos: secuenciales y repetidos

a) Juegos secuenciales: inducción hacia atrás y ENPS

- *Secuenciales: problema nuevo*, la **credibilidad**. *Ejemplo: entrada de E*: E entra o no; si entra, I acomoda o lucha. 2 EN: (Entrar,

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

Acomodar) y (No entrar, Luchar si entra), este con amenaza *no creíble* ($1 > -1$): «Perro ladrador, poco mordedor».



Entrada de E y compromiso de I: *invertir antes en capacidad hace creíble luchar (en rojo, el ENPS)*

- **Inducción hacia atrás**: un *procedimiento*: última decisión → sustituir el subárbol → repetir hacia la raíz. Juego finito de información perfecta: equilibrio en puras, único si no hay empates (Zermelo 1913; Kuhn 1953).
- **Subjuego**: parte del árbol desde un nodo con conjunto de información unitario, con todos sus sucesores, sin cortar conjuntos de información.
- **Equilibrio de Nash perfecto en subjuegos** (ENPS; Selten, 1965): induce un EN en *todo* subjuego, también fuera de la senda: **racionalidad secuencial**. Refinamiento del EN. Info. perfecta: ENPS = inducción hacia atrás.
- *Compromiso* (Schelling, 1960): reducir las propias opciones da más. Ej.: I invierte en capacidad (hundido 2,5): si E entra, acomodar $-1{,}5 <$ luchar $-1 \Rightarrow$ E no entra, I gana $4 - 2{,}5 = 1{,}5 > 1$ (Spence 1977, Dixit 1980) [3.A.15]. «Quemar las naves» (Cortés, 1519).
- *Inconsistencia temporal*: Coase (1972) [3.A.17]; Kydland-Prescott [3.A.36].
- *Extensiones*: Stackelberg = ENPS de Cournot por turnos [3.A.19].
- *Valoración*: ciempiés (McKelvey-Palfrey, 1992): casi nadie para al principio; sin información perfecta, creencias (EBP).

b) Juegos repetidos

- Ej.: I y E se encuentran cada mes: «Hoy por ti, mañana por mí». Pagos descontados con $\beta \equiv 1/(1+\rho)$. **Principio de la desviación única**: ENPS sii nadie gana desviándose en *una sola* etapa tras cualquier historia.
- *Horizonte finito* con EN de etapa único: único ENPS = repetirlo (inducción hacia atrás). **Paradoja de la cadena de tiendas** (Selten, 1978; 20 ciudades): acomoda en todas [3.A.15].
- *Horizonte infinito* (o final incierto): **incondicionada** (EN de etapa siempre: ENPS, no saca del dilema) frente a **condicionadas**: **gatillo** (Friedman, 1971): cooperar mientras el otro coopere; si se desvía, EN para siempre. $u^C/(1-\beta) \geq u^D + \beta u^N/(1-\beta)$:

$$\beta \geq \frac{u^D - u^C}{u^D - u^N}$$

  Numerador: ganancia hoy; denominador: pérdida cada etapa después. Castigo creíble ⇒ ENPS. Ej.: $(6-5)/(6-1) = 1/5$; cada mes, $\beta \approx 1$.
- *Otras*: *tit for tat* (ENPS solo con $\beta = 1/5$ exacto); *win-stay, lose-shift*.
- **Teorema de tradición oral** (*folk theorem*): con infinitas repeticiones, *cualquier* pago medio factible por encima del castigo es ENPS si $\beta \to 1$ (Friedman 1971, reversión al EN; Fudenberg-Maskin 1986, minimax). Ej.: entre 1 y 5.
- *Implicaciones*: colusión tácita [3.A.19], reputación [3.A.36], acuerdos comerciales [3.B.33]; reputación con tipos «irracionales» (KMRW, 1982) deshace la paradoja.
- *Evidencia*: torneos de Axelrod (1984): gana *tit for tat*. *Valoración*: permite demasiado ⇒ selección de equilibrios.

II. Principales conceptos (II): información incompleta, negociación y cooperativos *7′30″*

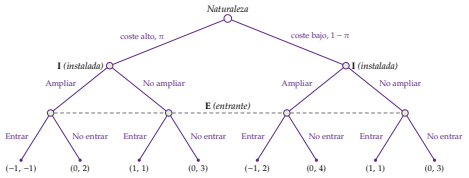
La información privada se trata con tipos, probabilidades y creencias (EBN, EBP); con acuerdos vinculantes, la pregunta pasa a ser cómo repartir lo que el grupo puede conseguir (Nash, núcleo, Shapley).

II.1. Juegos bayesianos: equilibrio bayesiano de Nash

- *Truco de Harsanyi* (1967): la **Naturaleza** elige el **tipo** t_i de cada uno según una **distribución a priori** común; cada uno ve el suyo ⇒ información incompleta → *imperfecta*.
- *Estrategia*: *regla* $s_i(t_i)$ según el tipo (los rivales tienen que anticipar qué haría cada tipo).
- **Equilibrio bayesiano de Nash** (EBN): cada tipo maximiza su pago *esperado*, dadas creencias y estrategias: EN del juego en que cada tipo es un jugador:

$$\mathbb{E}_{t_{-i}}\left[u_i(s_i^*(t_i), s_{-i}^*(t_{-i}); t_i) \,|\, t_i\right] \geq \mathbb{E}_{t_{-i}}\left[u_i(s_i, s_{-i}^*(t_{-i}); t_i) \,|\, t_i\right]$$

- *Ejemplo*: E entra mientras I decide si amplía; I de coste alto (π) nunca amplía, de coste bajo siempre (dominantes). E: $\pi \cdot 1 + (1-\pi)(-1) = 2\pi - 1 \geq 0 \Rightarrow$ entra si $\pi \geq 1/2$.



Entrada sin conocer el coste de I: *la Naturaleza elige el tipo; línea discontinua, nodos que E no distingue*

- *Implicaciones*: se responde a lo que se *espera*; subastas y selección adversa [3.A.13]; la **doctrina de Harsanyi** (a priori común) es fuerte.

II.2. Equilibrio bayesiano perfecto y señalización

- *Idea*: si el informado mueve primero, su acción revela su tipo. Ej.: el precio de I es una señal; E actualiza con la **regla de Bayes**: «Cuando el río suena, agua lleva» (precio límite, Milgrom-Roberts 1982 [3.A.15]):

$$\mu(\text{precio}) = \frac{\pi \Pr(\text{precio}|\text{alto})}{\pi \Pr(\text{precio}|\text{alto}) + (1-\pi)\Pr(\text{precio}|\text{bajo})}$$

- *Modelo* (Spence, 1973, como juego [3.A.13]): tipos A (ν) y B; $w_A > w_B$; educación y improductiva, $c_A(y) < c_B(y)$, $c'_A < c'_B$ (cruce único); $w(y) = \mu(y)w_A + [1-\mu(y)]w_B$.
- **Equilibrio bayesiano perfecto** (EBP): estrategias + **creencias** con 3 condiciones: i) *racionalidad secuencial* dadas las creencias; ii) *Bayes en la senda*; iii) *fuera de la senda*, libres (EBP débil) o con requisitos.
- **Separadores**: A elige $\hat{y}$, B 0; $\mu(\hat{y}) = 1$, $\mu(0) = 0$, si

$$c_A(\hat{y}) \leq w_A - w_B \leq c_B(\hat{y})$$

- **Agrupadores**: misma y, $\mu = \nu$, $\overline{w} = \nu w_A + (1-\nu)w_B$; con creencias pesimistas fuera de la senda.
- **Criterio intuitivo** (Cho-Kreps, 1987): quien elige lo que B no elegiría nunca y A sí ⇒ es A. Elimina agrupadores y deja el separador más barato: $c_B(\hat{y}^*) = w_A - w_B$. *Clásico*: *cerveza o quiche*.
- *Implicaciones*: las creencias fuera del equilibrio sostienen el resultado: en el separador, A se educa hasta $\hat{y}$ porque cree que, con menos, le tomarían por B; con otras creencias, se educaría menos. La señal tiene un coste de eficiencia [3.A.13].
- *Extensiones y valoración*: **mano temblorosa** (Selten, 1975), equilibrio secuencial; vuelve la multiplicidad.

II.3. Negociación y juegos cooperativos

- *Idea*: indeterminación de Edgeworth [3.A.21] y Bowley [3.A.17]; **programa de Nash**: los caminos cooperativo y no cooperativo llegan al mismo sitio. Ej.: acceso de E a la red de I.
- *Supuestos*: $\mathcal{U}$ convexo y compacto; **punto de desacuerdo** (u_1^0, u_2^0).

a) Negociación: Nash y Rubinstein

- *Axiomático* (Nash, 1950): eficiencia, simetría, invariancia afín, independencia de alternativas irrelevantes ⇒ máx. producto de ganancias ($\gamma = 1/2$); **generalizada**, **poder de negociación** γ:

$$\max_{u_1,u_2} \; (u_1 - u_1^0)^\gamma (u_2 - u_2^0)^{1-\gamma} \quad \text{s.a.} \quad (u_1, u_2) \in \mathcal{U}$$

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

- *Estratégico* (Rubinstein, 1982): ofertas alternadas por 1 €, descuentos β_1, β_2; único ENPS, acuerdo inmediato:

$$x^* = \frac{1-\beta_2}{1-\beta_1\beta_2}; \quad \Delta \to 0\text{: } \gamma = \frac{\rho_2}{\rho_1+\rho_2}$$

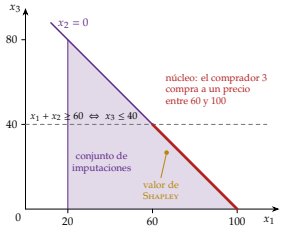
Gana el más paciente: poder = *paciencia relativa*. *Evidencia*: **ultimátum** (Güth et al., 1982): ofertas cercanas a la mitad [3.A.1].

b) Juegos cooperativos: núcleo y valor de Shapley

- *Cooperativos*: acuerdos vinculantes y **utilidad transferible**; **coaliciones** $T \subseteq N$; **función característica** $v(T)$; **imputación**: eficiente ($\sum x_i = v(N)$) e individualmente racional ($x_i \geq v(\{i\})$).
- **Núcleo** (Gillies, 1959): imputaciones que ninguna coalición **bloquea**:

$$C(v) = \{x : \textstyle\sum_N x_i = v(N),\ \sum_T x_i \geq v(T)\ \forall T\}$$

- *Ejemplo*: I vende su red (20 solo); E la valora en 60, O en 100. Núcleo: $x_2 = 0$, $x_1 \in [60, 100]$, $x_3 = 100 - x_1$: la red va a O a un precio entre la 2.ª y la 1.ª valoración (como una subasta inglesa).



Imputaciones y núcleo del juego de I *(vendedor),* E *y* O

- *Límites*: puede ser *vacío* (Bondareva-Shapley: no vacío sii equilibrado); se encoge al walrasiano (Debreu-Scarf) [3.A.21].
- **Valor de Shapley** (1953): 4 axiomas (eficiencia, simetría, jugador nulo, aditividad) ⇒ regla única:

$$\phi_i(v) = \sum_{T \subseteq N\setminus\{i\}} \frac{|T|!\,(n-|T|-1)!}{n!}\big[v(T\cup\{i\}) - v(T)\big]$$

Aportación marginal esperada. Ej.: $\phi = (66\frac{2}{3},\ 6\frac{2}{3},\ 26\frac{2}{3})$: *no* está en el núcleo; sí si el juego es *convexo*. Poder de voto (Shapley-Shubik) [3.A.24].

III. Aplicaciones, con especial referencia a las subastas *10′*

El diseñador elige las reglas: basta buscar mecanismos en que decir la verdad sea óptimo; la información privada tiene un coste que el diseño reduce pero no elimina; en subastas, con valores privados independientes, el formato importa menos de lo que parece: lo decisivo es atraer pujadores y evitar la colusión.

III.1. Aplicaciones en economía

- *Mercados y empresas*: OI (Cournot, Bertrand, Stackelberg, colusión [3.A.19]; diferenciación [3.A.18]; entrada [3.A.15]); información asimétrica [3.A.13], regulación [3.A.20]; negociación salarial [3.A.27]; clemencia [4.A.15]; aceptación diferida (Gale-Shapley, 1962; Roth).
- *Sector público y política*: polizón, Clarke-Groves [3.A.23]; voto [3.A.24]; imposición [4.B.11]; comercio [3.B.7] [3.B.8]; macro: credibilidad [3.A.36], ataques [3.B.17], pánicos (Diamond-Dybvig) [3.B.26].
- *Más allá del individuo racional*: evolutiva y conductual [3.A.1].

III.2. Diseño de mecanismos y principio de revelación

- *Idea*: elegir las reglas (Hurwicz, 1960, 1972; debate del cálculo socialista [3.A.21]). Ej.: el Gobierno no sabe cuánto valen las licencias.
- **Mecanismo**: mensajes → asignación y pagos (tipos → mensajes → resultado); induce un juego bayesiano. **Directo**: el mensaje es el tipo.
- **Principio de revelación** (Gibbard 1973; Dasgupta-Hammond-Maskin 1979; Myerson 1979): todo EBN equivale a un mecanismo directo compatible con los incentivos en que todos dicen la verdad. Basta buscar con PC_i (participación) e IC_i (compatibilidad de incentivos).
- **VCG** (Vickrey 1961, Clarke 1971, Groves 1973): pagar el daño que se causa a los demás ⇒ verdad *dominante* y decisión eficiente; caso más sencillo, 2.º precio.
- *Implicaciones*: hay que dejar **renta informativa** [3.A.13] [3.A.17].
- *Límites*: Gibbard-Satterthwaite (≥ 3 alternativas: no manipulable ⇒ dictatorial; VCG necesita dinero) [3.A.24]; Myerson-Satterthwaite (1983): intercambio bilateral, ningún mecanismo eficiente, IC, voluntario y sin déficit; el diseñador ha de poder comprometerse.

III.3. Subastas

- **Subasta**: mecanismo de asignación y precio a partir de las pujas; la competencia revela valoraciones y reduce rentas de información (Klemperer, 2004).

a) Concepto, formatos y valores

- *Formatos*: **abiertos**: **inglesa** (ascendente) y **holandesa** (descendente; Aalsmeer, lonjas); **sobre cerrado**: **primer precio** (paga su puja) y **segundo precio** o de Vickrey (paga la 2.ª). Abierta ≠ secuencial.
- *Valores*: **privados** (v_i propio; VPI si independientes); **común** (igual para todos, nadie lo sabe: petróleo); **afiliados** (Milgrom-Weber, 1982). Juego bayesiano: estrategia $b(v_i)$, solución EBN.

Formato	Gana y paga	Puja (VPI)
Inglesa	último; precio al que se retira el penúltimo	hasta v_i (= 2.º precio)
2.º precio	puja más alta; paga la 2.ª	$b = v_i$ (dominante)
1.er precio	puja más alta; paga la suya	sombrear: $\frac{n-1}{n} v_i$
Holandesa	primero que acepta	= 1.er precio (siempre)

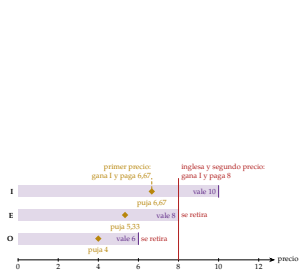
Equivalencia: los 4 eficientes; ingreso $\frac{n-1}{n+1}$ con $U[0,1]$

b) Modelo de referencia: valores privados independientes

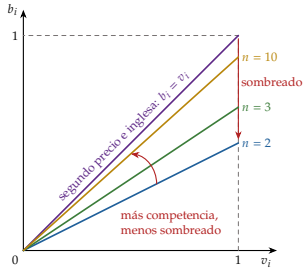
- *Supuestos*: 1 objeto, n pujadores *neutrales al riesgo* y *simétricos*, v_i independientes de F continua ($U[0,1]$); $v_0 = 0$, sin reserva.
- *2.º precio*: $b(v_i) = v_i$ *débilmente dominante* (Vickrey, 1961): la puja decide *si* gana, no *cuánto* paga; eficiente. Ej.: $v_\text{I} = 10$, $v_\text{E} = 8$, $v_\text{O} = 6$: I gana y paga 8. *Inglesa*: equivalente con valores privados.
- *1.er precio*: dilema (más puja ↑ prob. de ganar, ↓ ganancia): $\max_{b_i}(v_i - b_i)\Pr(\text{ganar})$; con $U[0,1]$:

$$b(v_i) = \frac{n-1}{n} v_i = \mathbb{E}\big[Y_1 \,|\, Y_1 < v_i\big]$$

Puja lo que espera pagar en 2.º precio; ↑ n ⇒ sombrea menos. Ej. ($U[0,12]$, $n = 3$): 6,67, 5,33 y 4. *Holandesa*: estratégicamente equivalente al 1.er precio con cualquier valor.



Licencia del 5G: hasta dónde llega cada uno en la inglesa y cuánto puja en 1.er precio



Pujas de equilibrio con VPI uniformes: $b = v$ y $b = \frac{n-1}{n} v$

- **Teorema de equivalencia de ingresos** (Vickrey 1961; Myerson 1981; Riley-Samuelson 1981): neutrales, simétricos, VPI; todo formato en que i) gana quien más valora y ii) el tipo más bajo espera 0 da el *mismo ingreso esperado*:

$$\mathbb{E}[I^{1\text{P}}] = \tfrac{n-1}{n}\mathbb{E}[v_{(1)}] = \mathbb{E}[v_{(2)}] = \mathbb{E}[I^{2\text{P}}] = \tfrac{n-1}{n+1}$$

Intuición (envolvente): lo que espera ganar cada tipo depende solo de con qué probabilidad gana. Ej.: 8 frente a 6,67; en promedio, $12 \cdot \frac{2}{4} = 6$. También «todos pagan».

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

- *Subasta óptima* (Myerson; Riley-Samuelson, 1981): formato estándar + **precio de reserva**, $\psi(p^R) = v_0$, $\psi(v) = v - \frac{1-F(v)}{f(v)}$; $U[0,1]$: $p^R = 1/2$. Bulow-Klemperer (1996): un pujador más vale más.
- *Aversión al riesgo*: 1.er precio recauda más (Holt, 1980).
- **Maldición del ganador**: con valor común gana quien más sobrestimó; pujar *por debajo* de la estimación (Wilson). Golfo de México (1971).
- **Principio de vinculación** (Milgrom-Weber, 1982): afiliados ⇒ inglesa ≥ 2.º ≥ 1.er precio; conviene revelar información.
- *Valoración* (Klemperer, 2002): importa *atraer pujadores* y *evitar la colusión*; 3G (2000).

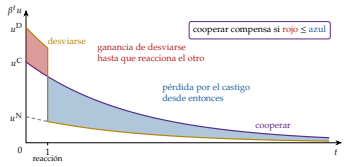
c) Varias unidades; España y UE

- *Varias unidades*: **precio uniforme** (⇒ **reducción de la demanda**) frente a **discriminatorio**; objetos distintos: **SMRA** (FCC 1994), **combinatorias**.
- *España y UE*: Tesoro, «convencional corregida» [4.B.26]; espectro (2018, 2021) [4.A.12]; renovables (REER, con reserva) [4.A.5]; CO_2: sobre cerrado, precio uniforme [4.A.6].

d) Colusión: la rotación de ofertas

- **Colusión** (*bid rigging*): **ofertas de cobertura** y **rotación de ofertas** (Asker, 2010): «Hoy gano yo, mañana tú». Con 2, el que espera: $G\beta/(1-\beta^2) \geq G$:

$$\frac{\beta}{1-\beta^2} \geq 1 \iff \beta \geq \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0{,}62; \quad \text{con 3: } \frac{\beta^2}{1-\beta^3} \geq 1, \quad \beta \gtrsim 0{,}755$$



Gatillo y colusión: lo que se gana desviándose (rojo) frente a lo que se pierde con el castigo (azul)

Subastas cada 5 años al 10 %: $\beta = 1/1{,}1^5 \approx 0{,}62$.

- *Remedios* (que no haya «mañana»): sobre cerrado; no publicar pujas; más pujadores; reserva; clemencia [4.A.15]. Alemania 1999.

Conclusión 1′

- **Recapitulación**: EN (siempre en mixtas; ineficiente o múltiple) → ENPS (credibilidad, compromiso; repetición sostiene la cooperación) → EBN y EBP (creencias, señales) → Nash, núcleo, Shapley → diseño de mecanismos: equivalencia; valor común, entrada y colusión deciden. I y E han recorrido todo el camino.
- **Relevancia**: Nobel 2020, Milgrom y Wilson: maldición del ganador, vinculación, formatos para muchos objetos (eficiencia, no máxima recaudación); espectro en medio mundo, también en España.
- **Extensiones**: oligopolio [3.A.19], entrada [3.A.15], información asimétrica [3.A.13], elección colectiva [3.A.24], credibilidad [3.A.36], competencia [4.A.15], conductual [3.A.1].
- **Opinión**: demasiados equilibrios y racionalidad exigente (conocimiento común); pero su mayor éxito es práctico: se juzga por cómo funcionan las instituciones que diseña (teoría + experimentos + experiencia).
- **Idea final**: «Hoy por ti, mañana por mí»: la repetición sostiene la cooperación, para bien (reputación) y para mal («hoy gano yo, mañana tú»). Una buena subasta se diseña para que no haya «mañana» que repartir.

Datos clave

- 700 MHz (2021): **1.010 M€, 12 rondas** (Ministerio); 3,6-3,8 GHz (2018): **437,6 M€** (Ministerio).
- 1.ª subasta de renovables (2021): **24,47 €/MWh FV** (MITECO); 4.ª (2022): **45,5 de 3.300 MW** (MITECO).
- 3G (2000): **RU >600 €/hab.; Suiza 20** (Klemperer, 2002).
- CNMC (2022): **203,6 M€ a 6 constructoras** (CNMC).

Autores y fechas

1928 von Neumann: minimax
1950 Nash: equilibrio y negociación
1953 Shapley: valor
1961 Vickrey: 2.º precio
1965 Selten: ENPS
1967 Harsanyi: incompleta
1979 Myerson: revelación
1982 Rubinstein; Milgrom-Weber
2002 Klemperer

Preguntas del tribunal

1. **¿Información completa vs. perfecta?** Pagos / jugadas conocidas.
2. **¿Por qué ENPS y no EN en la entrada?** Amenaza no creíble.
3. **¿Mixtas: de qué dependen?** De los pagos del *otro*.
4. **¿Cooperación en un dilema repetido?** Infinito y β alto: sí.
5. **¿Qué subasta recauda más?** Con VPI, todas igual; importa atraer pujadores.

Ojo en el test

- 2.º precio: *débilmente* dominante.
- Holandesa = 1.er precio siempre; inglesa = 2.º con valores privados.
- Reserva óptima con $U[0,1]$: 1/2 sea cual sea n.

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal