Teoría de los costes. Análisis de dualidad en el ámbito de la empresa. Aplicaciones empíricas.

Introducción *2′30″*

- **Enganche**: «*La práctica hace al maestro*», y pocas industrias lo demuestran mejor que la fotovoltaica.
  - Coste nivelado 0,41 → 0,044 $/kWh (2010-2025, −89 %); módulos −27 % por cada duplicación de la producción acumulada.
  - España: primera por potencia (más de 41.500 MW), 18,4 % de la electricidad en 2025 [4.A.5].
  - *¿Cuánto se debe a la escala, cuánto al aprendizaje y cuánto a los precios de los factores?*
- **Relevancia**:
  - *Teórica*: puente tecnología–mercado: oferta, cuántas empresas caben.
  - *Empírica*: tecnología desde costes y precios.
  - *Política*: regulación de redes (comparar eficiencias), predación de Areeda-Turner, comercio intraindustrial [3.B.6].
- **Contextualización**:
  - 3 restricciones: *técnicas* [3.A.11], *económicas* (costes), *de mercado* [3.A.16].
  - **Coste económico** = coste de oportunidad ≠ contable; **función de costes** $C(\vec{w}, q)$: coste mínimo de producir q a precios $\vec{w}$.
  - Marshall (1890), Wicksell (CMe en U), Viner (1931) → dualidad (Hotelling 1932, Shephard 1953, McFadden) → estimación (Nerlove, translog) y eficiencia (Farrell, 1957); críticas: Stigler (1939), Leibenstein (1966).
  - «Dual»: estricto = intercambiar objetivo y restricción; MB–MC no lo es (lleva ingresos): entre comillas.
- **Problemática**: ¿qué contiene C? ¿Cómo responde a q, $\vec{w}$ y plazo? ¿Cómo se estima? ¿CMe en U? ¿Minimizan costes las empresas?
- **Estructura**: I, «dualidad»; II, estática comparativa, plazos y empírica; III, extensiones y críticas.

Introducción ..... 2′30″
I. «Dualidad» MB–MC. Función de costes ..... 10′30″
1. Ingredientes comunes (papeles cambiados) ..... 1′30″
2. MB → $B(p, \vec{w})$; MC → $C(\vec{w}, q)$ ..... 6′
3. Relaciones de «dualidad»; $C \leftrightarrow F$, $B \leftrightarrow \mathcal{Y}$ ..... 3′
II. Estática comparativa, plazos y empírica ..... 12′
1. Δq (escala) y $\Delta \vec{w}$ (sustitución) ..... 4′
2. Corto y largo plazo; Le Chatelier ..... 4′30″
3. Estimación por dualidad: translog ..... 1′30″
4. Economías de escala en los datos ..... 1′
5. Eficiencia: Farrell, SFA y DEA ..... 1′
III. Extensiones y críticas ..... 4′
1-2. Estructura de mercado; economías externas ..... 1′
3. Stigler y Leibenstein ..... 2′30″
4. Multiplanta, multiproducto, aprendizaje ..... 0′30″
Conclusión ..... 1′

I. «Dualidad» MB–MC. Función de costes *10′30″*

Minimizar el coste de cada q y elegir p = CMg = maximizar el beneficio. C es cóncava y homogénea de grado 1 en $\vec{w}$, sus derivadas son las demandas condicionadas (Shephard) y contiene la misma información que la tecnología: basta conocer los costes para conocer la empresa.

I.1. Ingredientes comunes

- **Eficiencia técnica** (no hay otro proceso con menos factores para igual q) no basta: deja toda la isocuanta ⇒ hacen falta precios ⇒ **eficiencia económica**: cada q de la forma más barata.
- *Ingredientes*: $\mathcal{Y}$, $q = F(\vec{z})$, $V(q) = \{\vec{z} \geq \vec{0} : F(\vec{z}) \geq q\}$; *$F$ estr. cuasicóncava* (MB exige además *estr. cóncava* ⇒ C existe con cualquier rendimiento, B no); $\vec{w} \gg \vec{0}$ y, en MB, $p > 0$. *Supuestos*: estático, información perfecta, un producto y una planta, *largo plazo*.

	Máx. beneficio	*Mín. coste*
Objetivo	$pF(\vec{z}) - \vec{w} \cdot \vec{z}$	$\vec{w} \cdot \vec{z}$
Restricción	$\vec{z} \geq \vec{0}$ (F en el objetivo)	$F(\vec{z}) \geq q$
Parámetros	$p, \vec{w}$	$\vec{w}, q$
Mercado prod.	precio-aceptante	cualquiera
Solución	$\vec{z}(p, \vec{w}), q(p, \vec{w})$	$\vec{z}(\vec{w}, q)$
Función valor	$B(p, \vec{w})$	$C(\vec{w}, q)$

I.2. Problemas primal y dual

a) Maximización del beneficio en una etapa

- *MB en una etapa*: contiene toda la información, pero solo vale para la empresa precio-aceptante en todo.

$$\max_{\vec{z}} \; p\,F(\vec{z}) - \vec{w} \cdot \vec{z} \quad \text{s.a.} \quad \vec{z} \geq \vec{0} \qquad \Rightarrow \quad p\,\mathrm{PMg}_i = w_i, \;\; \mathrm{RMST}_{LK} = \frac{w_L}{w_K}$$

- Valor del PMg = precio del factor. Con RCE, $B^* = 0$ y escala indeterminada; con crecientes, no acotado. **Demandas no condicionadas** $\vec{z}(p, \vec{w})$ y **oferta** $q(p, \vec{w})$: únicas, continuas (Berge), homog. de grado 0 en $(p, \vec{w})$.

$$B(p, \vec{w}) = \max_{\vec{z}} \; p\,F(\vec{z}) - \vec{w} \cdot \vec{z} \quad \text{s.a.} \quad \vec{z} \geq \vec{0}$$

- **Propiedades de** B: continua; homog. de grado 1 en $(p, \vec{w})$; no decreciente en p y no creciente en w_i; *convexa* en $(p, \vec{w})$ (reoptimizar gana al menos lo lineal); lema de Hotelling.

$$\text{Hotelling (1932):} \quad \frac{\partial B}{\partial p} = q(p, \vec{w}), \qquad \frac{\partial B}{\partial w_i} = -z_i(p, \vec{w}) \quad \text{(análogo de Roy)}$$

- D^2B *simétrica* y *semidef. positiva*:
  - $\partial q / \partial p \geq 0$: *ley de la oferta*;
  - $\partial z_i(p, \vec{w}) / \partial w_i \leq 0$: sin restricción presupuestaria no hay efecto renta ⇒ *sin factores Giffen*; base de la demanda derivada de trabajo [3.A.25].
- *Valoración*: todo en un paso, pero solo precio-aceptante y rendimientos decrecientes ⇒ aislar lo que no depende de los ingresos: MC.

b) Problema dual: minimización del coste

- *MC*: fijado q, ¿combinación más barata? Vale para competencia, monopolio u oligopolio (si precio-aceptantes en factores; Shephard, 1953).

$$\min_{\vec{z}} \; \vec{w} \cdot \vec{z} \quad \text{s.a.} \quad F(\vec{z}) \geq q, \;\; \vec{z} \geq \vec{0} \qquad \mathcal{L} = \vec{w} \cdot \vec{z} + \mu\big(q - F(\vec{z})\big)$$

$$\frac{w_L}{\mathrm{PMg}_L} = \frac{w_K}{\mathrm{PMg}_K} = \mu, \qquad \mathrm{RMST}_{LK} = \frac{w_L}{w_K}$$

- *Misma* tangencia que en MB. $\mu^* = \partial C / \partial q$ = **coste marginal** (envolvente). CSO: $|\overline{H}| > 0$.
- **Demandas condicionadas** $\vec{z}(\vec{w}, q)$, análogas a las *hicksianas*: únicas; continuas; homog. de grado 0 en $\vec{w}$ (no en q); $F(\vec{z}(\vec{w}, q)) = q$; $(\vec{w}' - \vec{w}) \cdot (\vec{z}' - \vec{z}) \leq 0$.

$$C(\vec{w}, q) = \vec{w} \cdot \vec{z}(\vec{w}, q) = \min_{\vec{z}} \; \vec{w} \cdot \vec{z} \quad \text{s.a.} \quad F(\vec{z}) \geq q, \;\; \vec{z} \geq \vec{0}$$

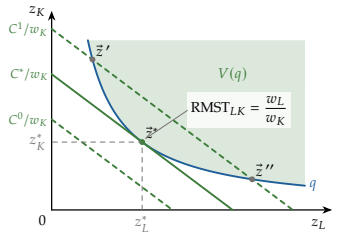
- **Propiedades de** C: continua, $C(\vec{w}, 0) = 0$; homog. de grado 1 en $\vec{w}$; estr. creciente en q; no decreciente en w_i; *cóncava en* $\vec{w}$ (la

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

empresa «pasiva» pagaría un coste lineal; sustituyendo, paga como mucho eso); Shephard; matriz de sustitución.

$$\text{Shephard (1953):}\quad z_i(\vec{w},q)=\frac{\partial C(\vec{w},q)}{\partial w_i}$$

- $S(\vec{w},q)=D^2_{\vec{w}}C$, $S_{ij}=\partial z_i(\vec{w},q)/\partial w_j$: *simétrica* (Schwarz/Young); *semidef. negativa* ($S_{ii}\le 0$, ley de la demanda condicionada); $S\vec{w}=\vec{0}$ (Euler) $\Rightarrow$ con 2 factores, *sustitutivos netos*.



MC: la isocoste más baja que alcanza la isocuanta q

- *Ejemplos* [3.A.11]: Leontief, coste lineal en q; Cobb-Douglas, participaciones constantes; homotética, $C=\phi(q)\,c(\vec{w})$.

I.3. Relaciones de «dualidad»

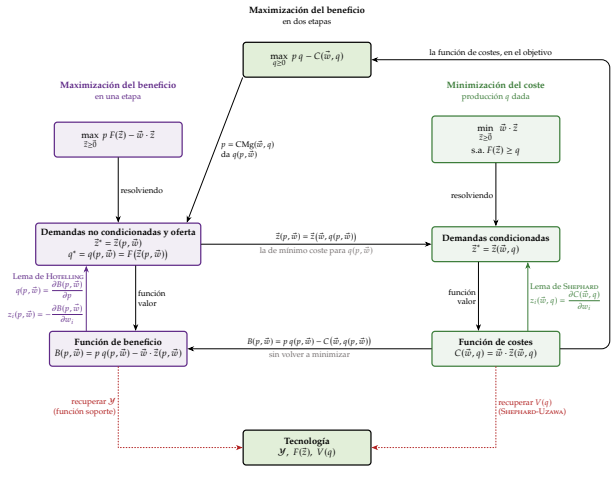
a) Dos etapas: de C a B

- **MB en dos etapas**: 1.º mín. coste de cada $q\to C$; 2.º elegir q:

$$B(p,\vec{w})=\max_{q}\ \ p\,q-C(\vec{w},q)\quad\text{s.a.}\quad q\ge 0\qquad\Rightarrow\qquad p=\text{CMg},\ \frac{\partial^2 C}{\partial q^2}\ge 0$$

$$\vec{z}(p,\vec{w})\equiv\vec{z}\big(\vec{w},q(p,\vec{w})\big);\quad B(p,\vec{w})\equiv p\,q(p,\vec{w})-C\big(\vec{w},q(p,\vec{w})\big)$$

- Oferta = tramo creciente del CMg sobre el CMe evitable [3.A.16]. B desde C sin volver a minimizar; lemas coherentes: $\partial B/\partial w_i=-\partial C/\partial w_i$.
- *Asimetría*: C con cualquier rendimiento, B no $\Rightarrow C$, más general.



Esquema de dualidad de la empresa: MB (izq.), MC (dcha.), dos etapas (arriba) y tecnología (abajo)

b) $C\leftrightarrow F$ y $B\leftrightarrow\mathcal{Y}$

- $C\leftrightarrow F$ (Shephard 1953, McFadden 1978): $V^*(q)=\{\vec{z}\ge\vec{0}:\vec{w}\cdot\vec{z}\ge C(\vec{w},q)\ \forall\vec{w}\gg\vec{0}\}$ = envolvente de las isocostes mínimas. V convexo + eliminación gratuita $\Rightarrow V^*=V$; si no, su envoltura convexa (la que importa para la conducta).
- Toda C continua, no decreciente, homog. de grado 1 y cóncava en $\vec{w}$ y creciente en q es función de costes de alguna tecnología (Shephard, Uzawa): la «integrabilidad» $\Rightarrow$ se estima C sin escribir F.
- $B\leftrightarrow\mathcal{Y}$: B = **función soporte** de $\mathcal{Y}$; si $\mathcal{Y}$ es convexo, cerrado y con eliminación gratuita, es la intersección de los semiespacios de las isobeneficio máximas.
- Tecnología, costes y beneficio: 3 descripciones equivalentes; la de costes, más general, es la que se estima.

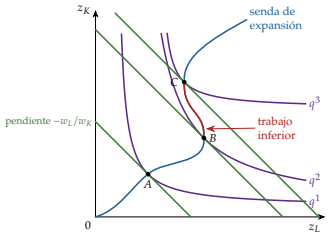
II. Estática comparativa, plazos y aplicaciones empíricas 12′

La dualidad convierte la teoría de los costes en un instrumento empírico: con costes, precios y producción se estiman escala y sustitución sin conocer la tecnología, y con fronteras, la distancia al coste mínimo. Los datos matizan: costes en L e ineficiencias persistentes.

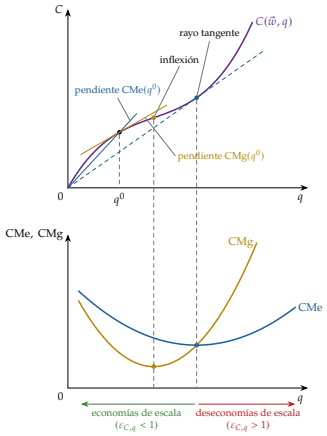
II.1. Estática comparativa

a) Variaciones de la producción (escala)

- Δq, *demandas*: **senda de expansión**: combinaciones de mínimo coste al ↑ q con $\vec{w}$ fijo; RMST constante $\Rightarrow$ isoclina (análogo de la curva renta-consumo); homotética $\Rightarrow$ rayo.
- Factor **normal** si $\partial z_i(\vec{w},q)/\partial q>0$; **inferior** si <0 (senda hacia atrás). No todos inferiores: al menos uno, normal.



Senda de expansión, con trabajo inferior entre B y C



CMe: pendiente del rayo; CMg: de la tangente

- Δq, *costes*: CMe $=C/q$ (rayo), CMg $=\partial C/\partial q$ (tangente); CMg corta al CMe en su mínimo.

$$\frac{d\,\text{CMe}}{dq}=\frac{\text{CMg}-\text{CMe}}{q};\qquad \varepsilon_{C,q}\equiv\frac{\partial C}{\partial q}\frac{q}{C}=\frac{\text{CMg}}{\text{CMe}}$$

$$\text{Hanoch (1975):}\quad \boxed{\varepsilon_{q,\lambda}\big(\vec{z}(\vec{w},q)\big)=\frac{\text{CMe}}{\text{CMg}}=\frac{1}{\varepsilon_{C,q}}}$$

- $\varepsilon_{C,q}<1$: **economías de escala** (CMe ↓); $=1$: CMe mínimo (*escala mínima eficiente*); >1: **deseconomías**. Grado: $1-\varepsilon_{C,q}$.
- *Rendimientos* (tecnología, rayo, $\varepsilon_{q,\lambda}=\sum_i \text{PMg}_i/\text{PMe}_i$) $\neq$ *economías* (costes, senda):
  - inversas en cada punto de la senda (Hanoch), *sin* homoteticidad, con rendimientos *locales*;
  - *globales*: solo $\Rightarrow$ (crecientes en todo punto dan economías en todo q, no al revés).
- CMe LP en U $\Leftarrow$ rendim. *variables* («en S», Wicksell), no proporciones variables (CP). Homogéneas: CMe monótono; RCE: tamaño indeterminado.

b) Variaciones de los precios de los factores (sustitución)

- $\Delta\vec{w}$, *demandas*: $w_L\uparrow\Rightarrow$ menos z_L, más z_K en la misma isocuanta: **demanda condicionada** decreciente.
- ¿Factores Giffen? No: concavidad de C y convexidad de B. Sí inferiores.
- Slutsky de factores, derivando $z_i(p,\vec{w})\equiv z_i(\vec{w},q(p,\vec{w}))$:

$$\underbrace{\frac{\partial z_i(p,\vec{w})}{\partial w_j}}_{\text{total}}=\underbrace{\frac{\partial z_i(\vec{w},q)}{\partial w_j}}_{\text{sustitución}}+\underbrace{\frac{\partial z_i(\vec{w},q)}{\partial q}\frac{\partial q(p,\vec{w})}{\partial w_j}}_{\text{escala}}$$

- **Efecto escala** (o producción) sustituye al efecto renta; con CMg creciente, el propio es ≤ 0 y *refuerza* al de sustitución $\Rightarrow$ no condicionada *más elástica* (Le Chatelier-Samuelson).
- $\Delta\vec{w}$, *costes*: todos los w_i en igual proporción $\Rightarrow C$ igual (grado 1); uno solo: $\varepsilon_{C,w_i}=s_i$ (Shephard). $\partial\text{CMg}/\partial w_i=\partial z_i/\partial q$: normal $\Rightarrow$ CMg ↑; inferior $\Rightarrow$ CMg ↓ y la producción sube.

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

II.2. Análisis de plazos

- Marshall: **corto plazo** (algún factor fijo, la planta) y **largo plazo** (todos variables; costes *planeados*, *ex ante*).

$$\begin{aligned}\min_{z_L}\ & w_L z_L + w_K \bar{z}_K \\ \text{s.a.}\ & F(z_L, \bar{z}_K) \geq q \\ & z_L \geq 0\end{aligned}$$

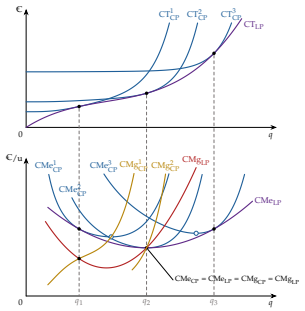
$$C(\vec{w}, q; \bar{z}_K) = \underbrace{w_L z_L(\vec{w}, q; \bar{z}_K)}_{\text{CV}(q)} + \underbrace{w_K \bar{z}_K}_{\text{CF}} \geq C(\vec{w}, q)$$

$$\text{CMg} = \frac{w_L}{\text{PMg}_L}, \quad \text{CVMe} = \frac{w_L}{\text{PMe}_L}, \quad \varepsilon_{\text{CV},q} = \frac{\text{CMg}}{\text{CVMe}} = \frac{1}{\varepsilon_{q,z_L}}$$

- q^1: lo ideal es A (senda), con $\bar{z}_K$ hay que ir a B; en q^2, D: coinciden. Económicamente eficiente solo si $\bar{z}_K = z_K(\vec{w}, q)$.
- CMg = imagen invertida del PMg ⇒ U por la **ley de proporciones variables**; CMe baja por el reparto del CF: *no* son economías de escala.
- *Mínimo de explotación* = mín. CVMe (cierre a CP); *óptimo de explotación* = mín. CMe (beneficio).

Tramo	*Costes*	ε_{q,z_L}	$\varepsilon_{\text{CV},q}$
Etapa I	CMg < CVMe ↓	> 1	$(0,1)$
Margen extensivo	mín. CVMe (mín. explot.)	$= 1$	$= 1$
Etapa II	CMg > CVMe ↑ (óptimo expl.)	$(0,1)$	> 1
Margen intensivo	CMg → ∞ (capacidad)	$= 0$	$\to \infty$
Etapa III	fuera de la función de costes	< 0	—

- *LP*: CT y CMe = **envolvente** de las de CP. Izq. del mín.: exceso de capacidad; dcha.: sobrecarga. Solo en el mín. coinciden los cuatro (error de Viner, 1931). CMg_{CP} corta al de LP desde abajo.



Envolvente: CT (arriba) y CMe, CMg (abajo); tangencias en q_1, q_2, q_3

Le Chatelier-Samuelson (1947):

$$\frac{\partial z_i^{\text{LP}}}{\partial w_i} \leq \frac{\partial z_i^{\text{CP}}}{\partial w_i} \leq 0, \qquad \frac{\partial q^{\text{LP}}}{\partial p} \geq \frac{\partial q^{\text{CP}}}{\partial p} \geq 0$$

- Más restricciones ⇒ menos respuesta (químico Le Chatelier, 1884).

LP: los costes reflejan los rendimientos a escala ($\varepsilon_{q,\lambda} = 1/\varepsilon_{C,q}$ en el óptimo); CP: los del factor variable. La curva de LP envuelve a las de CP, y la empresa responde más cuantos menos factores fijos tenga.

II.3. Estimación por dualidad

- *Idea*: estimar F exige cantidades elegidas por la empresa; si $\vec{w}$ y q son exógenos (eléctrica regulada) ⇒ estimar C (Nerlove, 1963) y, por Shephard, las demandas.
- CD (Nerlove): impone $\sigma = 1$ y escala igual a todo tamaño.

Translog de costes (Christensen-Jorgenson-Lau 1973):

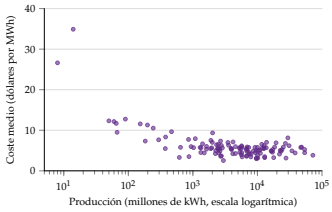
$$\begin{aligned}\ln C = {} & \alpha_0 + \alpha_q \ln q + \tfrac{1}{2}\beta_{qq}(\ln q)^2 + \textstyle\sum_i \alpha_i \ln w_i \\ & + \tfrac{1}{2}\textstyle\sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln w_i \ln w_j + \sum_i \beta_{iq} \ln w_i \ln q\end{aligned}$$

$$s_i = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} = \alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \ln w_j + \beta_{iq} \ln q, \qquad \sum_i s_i = 1$$

- **Forma flexible**: 2.º orden, no impone σ ni rendimientos; simetría y homogeneidad, lineales. Se estima el sistema coste + participaciones (sin una). Da $\varepsilon_{C,q} = \partial \ln C / \partial \ln q$, que varía con q (U o L), y la sustitución (β_{ij}).
- Restricciones *contrastables* (homogeneidad, simetría, concavidad: la integrabilidad). Berndt-Wood (1975): energía-capital complementarios, energía-trabajo sustitutivos. *Valoración*: locales; si no minimiza, media y no frontera.

II.4. Economías de escala en los datos

- *Métodos* (Stigler, 1958): estadístico, ingeniería, *superviviente* (tamaños que ganan cuota).
- *Electricidad*: Christensen-Greene (1976), translog: en 1970, el grueso en el tramo *plano* ⇒ competencia en generación sin perder escala [3.A.17].
- *Transporte aéreo*: las aerolíneas pequeñas, más caras por menor *densidad* de tráfico, no por escala: economías de densidad ≠ de escala.



CMe y producción de las eléctricas de EE. UU. en 1970 (123 empresas)

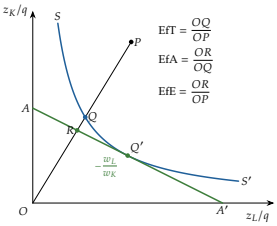
- *Forma*: CMe decreciente hasta la **escala mínima eficiente** y casi constante después: en **L** más que en U (Stigler); economías que se agotan pronto.

II.5. Medición de la eficiencia

- *Idea*: C es una *frontera*; Farrell (1957): distancia a las mejores prácticas. Isocuanta unitaria SS', empresa en P, Q en la isocuanta y R en la isocoste, sobre el rayo OP:

$$\text{EfT} = \frac{OQ}{OP}, \quad \text{EfA} = \frac{OR}{OQ}, \quad \text{EfE} = \frac{OR}{OP} = \text{EfT} \cdot \text{EfA}$$

- **Técnica**: reducir todos los factores (ineficiencia X); **asignativa**: RMST $= w_L/w_K$; **económica**: $C/C^{\text{obs}} = 1/(1+\chi)$. Las tres, de 0 a 1.



Eficiencia técnica, asignativa y económica de Farrell

- **Frontera estocástica** (SFA, 1977): $\ln C_j^{\text{obs}} = \ln C(\vec{w}_j, q_j) + v_j + u_j$, v_j ruido, $u_j \geq 0$ ineficiencia; $\text{EfE}_j = e^{-u_j}$; paramétrica, separa ruido; exige forma y distribución.
- **DEA** (Charnes-Cooper-Rhodes, 1978): programación lineal, envolvente por tramos; sin forma ni ruido (todo es ineficiencia); multiproducto inmediato; sensible a atípicos.
- *Evidencia*: banco mediano, 84 % de sus costes (BCE); regulación por comparación (Shleifer, 1985). Eficiencia *relativa*; no dice *por qué* [3.A.15].

III. Extensiones y críticas 4′

III.1. Estructura de mercado

- *Competencia perfecta*: p = CMg creciente si cubre CVMe (CP) o CMe (LP); muchas empresas si las deseconomías llegan pronto [3.A.16].
- **Monopolio natural ⇔ subaditividad**: $C\left(\sum_j q_j\right) < \sum_j C(q_j)$ (Baumol, 1977) [3.A.17]:
  - uniproducto: economías de escala *suficientes*, no necesarias (subaditiva con CMe creciente entre q^0 y q^1);
  - multiproducto: economías de alcance *necesarias*, no suficientes.

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

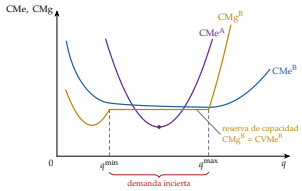
III.2. Economías externas

- Las vistas hasta aquí son *internas*. Marshall: **economías externas**: CMe ↓ al crecer la *industria* ⇒ desplazan la curva. Fuentes: trabajo especializado, proveedores, conocimiento (*clusters*).
- Compatibles con competencia perfecta; comercio entre países parecidos [3.B.6].

III.3. Críticas desde la organización industrial

a) Stigler y la reserva de capacidad

- **Stigler (1939)**: con demanda incierta, planta *flexible*: factor «fijo» divisible ⇒ CVMe = CMg constantes en la **reserva de capacidad**; horquilla de tamaños óptimos. Evidencia: costes en L. No discute la minimización, sino la forma.



Stigler: reserva de capacidad frente a la U

b) Ineficiencia X de Leibenstein (1966)

- Contratos incompletos, esfuerzo que responde a la presión ⇒ $C^{\text{obs}} = (1+\chi)\,C(\vec{w},q)$, $\chi \geq 0$ ↓ con la competencia.
  - Pérdida del monopolio > triángulo de Harberger.
  - Evidencia: Nickell (1996), Bloom-Van Reenen (2007).
  - Stigler (1976): es minimización con otros argumentos → agencia [3.A.15].

III.4. Otras extensiones

- **Multiplanta**: $\text{CMg}_1 = \cdots = \text{CMg}_J$. **Multiproducto**: **economías de alcance** $C(q_1,q_2) < C(q_1,0) + C(0,q_2)$ (factores compartidos; Baumol-Panzar-Willig, 1982); complementariedad de costes y economías de escala multiproducto. Diversificación y tamaño eficiente [3.A.15].
- **Curva de aprendizaje**: $c = c_1(Q^{\text{ac}})^{-b}$ (Wright, 1936); fotovoltaica $2^{-b} \approx 0{,}73 \Rightarrow b \approx 0{,}45$. La escala mueve *a lo largo* de la curva; el aprendizaje la *desplaza*: ventaja del primero, precios bajo coste para aprender, industria naciente [3.B.8].

Conclusión 1′

- **Recapitulación**:
  - C cóncava, homog. de grado 1, Shephard, = tecnología; con B (Hotelling) y p = CMg, el triángulo tecnología–costes–beneficio;
  - forma según el plazo: LP, rendimientos a escala; CP, factor variable; envolvente;
  - estimable: costes en L, ineficiencias persistentes; críticas de Stigler y Leibenstein.
- **Relevancia**: cuántas empresas caben; referencia de reguladores y de competencia; base de la medición de la productividad.
- **Extensiones**: oferta [3.A.16] [3.A.17] [3.A.19]; empresa y regulación [3.A.15] [3.A.20]; consumidor [3.A.9]; trabajo [3.A.25]; comercio [3.B.6] [3.B.8].
- **Opinión**: lo frágil es la precio-aceptación en factores (monopsonio [3.A.17], equilibrio general [3.A.21]); el coste mínimo lo alcanza la competencia.
- **Idea final**: fotovoltaica −89 % por escala y, sobre todo, aprendizaje (*la práctica hace al maestro*), que desplaza la curva; en 2025 equipos −6 % y el coste nivelado no bajó (coste del capital).
  - $C(\vec{w},q)$ recoge las tres cosas y la dualidad las separa con datos.

Datos clave

- Fotovoltaica: **0,41 → 0,044 $/kWh** (IRENA, 2010-2025); módulos **−27 % por duplicación** (Fraunhofer ISE).
- España: fotovoltaica **más de 41.500 MW, 18,4 % de la electricidad** (REE, 2025).
- Banco mediano: **84 % de sus costes** (BCE, 2006-2017).

Autores y fechas

1890 Marshall: economías internas y externas
1931 Viner: envolvente
1932 Hotelling: función de beneficio
1953 Shephard: $C \leftrightarrow F$
1957 Farrell: eficiencia
1966 Leibenstein: ineficiencia X
1973 Translog
1975 Hanoch
1976 Christensen-Greene
1977 SFA; Baumol: subaditividad

Preguntas del tribunal

1. **¿MB y MC, duales estrictos?** No: MB lleva ingresos.
2. **¿Por qué C con cualquier rendimiento y B no?** El MC está acotado; B, 0 o infinito.
3. **¿Factores Giffen?** No: sin efecto renta. Sí inferiores.
4. **¿Rendimientos y economías de escala?** $\varepsilon_{q,\lambda} = 1/\varepsilon_{C,q}$.
5. **¿SFA o DEA?** Ruido con forma / sin forma, todo ineficiencia.

Ojo en el test

- C homog. de grado 1 en $\vec{w}$, no en q.
- Shephard sin signo −; Hotelling con − en z_i.
- A CP no hay economías de escala.
- $\varepsilon_{C,q} < 1$: economías; $\varepsilon_{q,\lambda} > 1$: rendimientos crecientes.

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal