Teoría de la producción. Caracterización de la tecnología de la empresa a corto y largo plazo. El conjunto de posibilidades de producción. La función de producción. Rendimientos locales y globales a escala. Elasticidad de sustitución. Producción conjunta.

Introducción *2′30″*

- **Enganche**: «Muchas manos en un plato hacen mucho garabato»... no siempre: saber cuándo acierta es saber de producción.
  - ¿Puede una sola función resumir lo que una empresa sabe hacer? Alfileres de Smith (1776): 10 operarios, 18 operaciones, >48.000/día (≈4.800 por persona) frente a <20 cada uno solo.
  - ¿Qué puede producir y cómo cambia con sus factores, su tamaño o su tecnología?
- **Relevancia**:
  - *Micro*: costes, oferta, demanda de factores [3.A.12] [3.A.25].
  - *Macro*: crecimiento [3.A.43], PTF [3.A.45]; *internacional* [3.B.5] [3.B.6].
  - *Política*: σ y automatización; monopolio natural [3.A.17].
- **Contextualización**:
  - Turgot (1767) → rendimientos decrecientes de la tierra (1815) → Wicksteed, Clark: función de producción → Marshall (plazos).
  - Cobb-Douglas (1928), σ (Hicks, Robinson), CES (1961) → Koopmans (1951), Debreu (1959): conjunto de producción.
  - **Teoría de la empresa**: factores en productos con restricciones *técnicas* (este tema), *económicas* [3.A.12] y *de mercado* [3.A.15].
- **Problemática**: ¿cómo representar lo que la empresa *puede* producir? ¿Cómo responde si cambia un factor, todos o la tecnología? ¿Qué cambia con varios productos?
- **Estructura**: I, tecnología; II, plazos; III, multiproducto (σ va con las isocuantas).

Introducción ..... 2′30″
I. La tecnología: función de producción ..... 10′
1. Conjunto tecnológico $\mathcal{Y}$ y sus axiomas ..... 3′
2. Función de producción: propiedades y curvatura ..... 2′30″
3. Isocuantas: RMST, σ; CD, CES, Leontief ..... 4′30″
II. Leyes temporales de la producción ..... 11′30″
1. Corto plazo: productividad y etapas ..... 4′
2. Largo plazo: rendim. globales y locales ..... 5′
3. Muy largo plazo: progreso técnico ..... 2′30″
III. Empresa multiproducto ..... 4′30″
1. Caja de Edgeworth, curva de contrato, FPP ..... 2′30″
2. Producción conjunta: $T(\vec{y}) \leq 0$, RMT ..... 2′
Conclusión ..... 1′30″

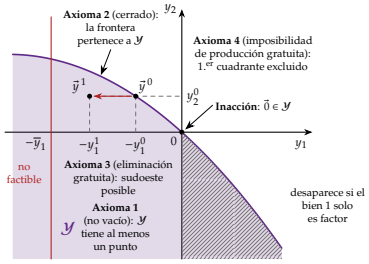
I. La tecnología: definición y propiedades de la función de producción *10′*

Pocos axiomas sobre $\mathcal{Y}$ dan F; sus isocuantas miden la sustitución con la RMST y, sin unidades, con σ: de 0 (Leontief) a ∞ (lineal), con la CD en $\sigma = 1$. La superficie de producción es el mapa del bloque II: cada plazo, un corte.

- *Método*: el del consumidor [3.A.8] en 3 pasos: $\mathcal{Y}$ y axiomas → F (un producto) → isocuantas y sustitución. Con precios de los factores: costes y dualidad [3.A.12].

I.1. Conjunto tecnológico: el conjunto de posibilidades de producción

- *Definición*: **conjunto de posibilidades de producción** (o **tecnológico**) $\mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^S$: todos los planes que permite la tecnología (Mas-Colell-Whinston-Green, 1995, cap. 5). Forma más general: no presupone cuántos bienes ni cuáles son factores.
- *Plan*: **vector de producción neta** (*netput*) $\vec{y} = (y_1, \dots, y_S)$: negativos = factores; positivos = productos. Un bien puede ser factor en un plan y producto en otro.
- *Requerimientos*: **conjunto de requerimientos de factores** $V(q) = \{\vec{z} \geq \vec{0} : (q, -\vec{z}) \in \mathcal{Y}\}$; su frontera, la isocuanta (I.3).
- *Axiomas básicos* (necesarios para F):
  1. **no vacío**;
  2. **cerrado**: *máximo* de q para cada $\vec{z}$;
  3. **eliminación gratuita**: todo el «sudoeste» es posible;
  4. **imposibilidad de producción gratuita**: $\mathcal{Y} \cap \mathbb{R}^S_+ \subseteq \{\vec{0}\}$.
- *Deseables*: **posibilidad de inacción** $\vec{0} \in \mathcal{Y}$ (no con costes hundidos: propiedad del LP) $\Rightarrow \mathcal{Y} \cap \mathbb{R}^S_+ = \{\vec{0}\}$, frontera por el origen; y convexidad (I.2).
- *Eficiencia*: la frontera = planes **técnicamente eficientes**: no se obtiene más de un producto sin más de algún factor o menos de otro producto.



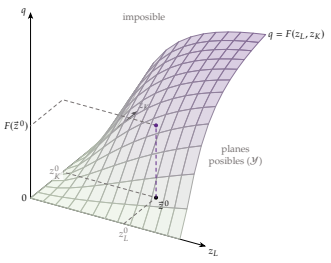
$\mathcal{Y}$ en el plano de los netputs*: cada rasgo de su forma, un axioma*

I.2. La función de producción

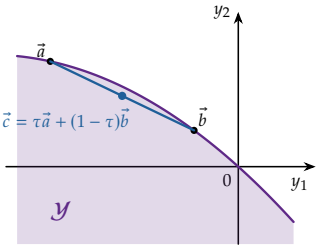
- *Definición*: con un producto, relación técnica que asigna a cada $\vec{z} \geq \vec{0}$ la *máxima* producción posible (existe porque $\mathcal{Y}$ es cerrado):

$$q = F(\vec{z}) \equiv \max_{q \geq 0} q \quad \text{s.a.} \quad (q, -\vec{z}) \in \mathcal{Y}$$

- *Métodos*: solo los **técnicamente eficientes**: máx. q para cada $\vec{z}$ = mín. factores para cada q. Con L y K, **superficie de producción**; debajo, planes posibles; encima, imposibles.
- *Propiedades*: *cardinal*; $F(\vec{0}) = 0$; $\text{PMg}_i \geq 0$; continua y dos veces diferenciable (supuesto instrumental).



$F(z_L, z_K)$: superficie sobre el plano de los factores



$\mathcal{Y}$ convexo: si $\vec{a}$, $\vec{b}$ posibles, también $\vec{c}$

- *Propiedades de escala* de $\mathcal{Y}$ (rendimientos *globales*):
  - **divisibilidad** ($\lambda\vec{y}$, $\lambda \in [0,1]$): no crecientes; **aditividad** (libre entrada): no decrecientes;
  - **rendimientos constantes**: $\mathcal{Y}$ *cono*; **convexidad**; **irreversibilidad**;
  - aditivo y divisible ⇔ cono convexo.
- *Complementariedad*: F **estrictamente cuasicóncava** ⇔ isocuantas estr. convexas (mezclas rinden más que extremos); *no impone escala*. ≠ complementariedad de Edgeworth, $\partial^2 F / \partial z_L \partial z_K > 0$.
- *Escala*: con un producto, $\mathcal{Y}$ convexo ⇔ F **cóncava**; con $F(\vec{0}) = 0$ ⇒ rendim. no crecientes. Cóncava ⇒ cuasicóncava, no al revés (CD con $\alpha + \beta > 1$).
- *Buen comportamiento*: **función neoclásica**: rendimientos constantes a escala (RCE), $\text{PMg} > 0$ y decrecientes y condiciones de Inada (1963). Cóncava, no estrictamente (lineal en cada rayo).

$$\text{Inada:} \quad \lim_{z_i \to 0} \text{PMg}_i = +\infty, \qquad \lim_{z_i \to \infty} \text{PMg}_i = 0$$

- *Por qué importa*: con RCE, beneficio no acotado o 0 (escala indeterminada); solo la concavidad estricta da oferta función; minimizar costes solo exige cuasiconcavidad [3.A.12].

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

I.3. Las curvas isocuantas

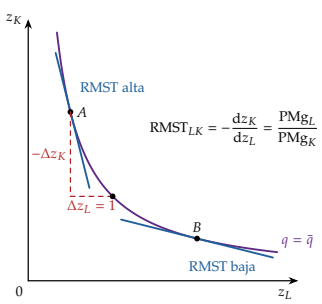
- *Definición*: curvas de nivel de F: **isocuanta** $\{\vec{z} : F(\vec{z}) = \overline{q}\}$: combinaciones que, usadas eficientemente, dan igual q; frontera de $V(\overline{q})$; corte horizontal de la superficie proyectado en la base.
- *Propiedades* (como las curvas de indiferencia [3.A.8]): infinitas; más lejos = más q (monotonía); no se cortan (F es función); continuas; pendiente ≤ 0 (< 0 si PMg > 0); convexas si F cuasicóncava; pero *cardinales*.
- *Pendiente*: **relación marginal de sustitución técnica** (RMST): capital que se libera al usar una unidad más de trabajo, con q constante. Decrece al ↑ z_L (isocuanta convexa); depende de las unidades.

$$\text{RMST}_{LK} \equiv -\left.\frac{dz_K}{dz_L}\right|_{q=\overline{q}} = \frac{\text{PMg}_L}{\text{PMg}_K}$$

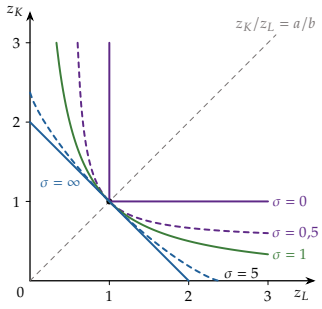
- **Isoclinas**: unen puntos de igual RMST; rectas por el origen si F homotética; lo son las líneas de contorno (II.1) y la senda de expansión [3.A.12].
- **Elasticidad de sustitución**: número puro que mide la *curvatura* de la isocuanta (Hicks 1932, Robinson 1933, por separado):

$$\sigma \equiv \frac{d\ln(z_K/z_L)}{d\ln \text{RMST}_{LK}} \geq 0$$

- *Curvatura*: σ ↑ ⇒ isocuanta más plana, sustitución más fácil (PMg poco sensibles a la proporción). Sustitutivos perfectos: $\sigma = \infty$; coeficientes fijos: $\sigma = 0$.
- *Interpretación económica*: minimizando costes, $\text{RMST}_{LK} = w_L/w_K$ ⇒ $\sigma = d\ln(z_K/z_L)/d\ln(w_L/w_K)$: % de sustitución de L por K si el salario relativo sube un 1 %.
- *Distribución*: $\dfrac{w_L z_L}{w_K z_K} = \dfrac{w_L/w_K}{z_K/z_L}$; si w_L/w_K ↑: participación del trabajo ↑ si $\sigma < 1$, ↓ si $\sigma > 1$, igual si $\sigma = 1$ (Hicks).



Isocuanta convexa: la RMST decrece de A a B



CES: de $\sigma = 0$ (Leontief) a $\sigma = \infty$ (lineal)

a) La función Cobb-Douglas

- *Idea*: forma más sencilla con buen comportamiento; nombre por Cobb-Douglas (1928), que la estiman; la forma, ya en Wicksell (1901) y von Thünen.
- *Supuestos*: $q = A\, z_K^{\alpha} z_L^{\beta}$, $A, \alpha, \beta > 0$; A nivel tecnológico; α, β elasticidades-producto.
- *Desarrollo*: $\text{PMg}_K = \alpha\, q/z_K$, $\text{PMg}_L = \beta\, q/z_L$ (exponente × PMe); cumple Inada ⇒ toda en la región económica; $\text{RMST}_{LK} = \frac{\beta}{\alpha}\frac{z_K}{z_L}$ ⇒ $\sigma = 1$; homogénea de grado $\alpha + \beta$.
- *Implicaciones*: con RCE y pago según PMg (Euler), participaciones constantes α y $1-\alpha$ ⇒ $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ [3.A.43][3.A.45]; las 3 neutralidades del progreso técnico coinciden (II.3).
- *Valoración*: impone $\sigma = 1$ y participaciones que no responden a los precios ⇒ hace falta la CES.

b) La función CES

- *Idea*: generaliza la CD a cualquier σ constante; Arrow-Chenery-Minhas-Solow (ACMS, 1961); Solow (1956) ya la usa de ejemplo.
- *Supuestos*: $q = A\left[\sum_i a_i z_i^{\rho}\right]^{\nu/\rho}$, $\rho \equiv \frac{\sigma-1}{\sigma}$, $\sum_i a_i = 1$.
- *Desarrollo*: homogénea de grado ν (habitual $\nu = 1$); $\text{RMST}_{LK} = \frac{a_L}{a_K}\left(\frac{z_K}{z_L}\right)^{1-\rho}$ ⇒ $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$. *Límites*, no casos (en $\rho = 0$ no está definida; L'Hôpital): $\rho \to 1$ lineal ($\sigma \to \infty$); $\rho \to 0$ CD; $\rho \to -\infty$ Leontief ($\sigma \to 0$).
- *Implicaciones*: participaciones que varían con los precios ⇒ forma para estimar σ. $\sigma > 1$: ningún factor imprescindible [3.A.44]; agregador de Dixit-Stiglitz [3.A.18].
- *Evidencia*: $\sigma_{KL} < 1$ (datos clave); agregada ≠ de planta (reasignación). CD: comodidad, no hecho empírico.

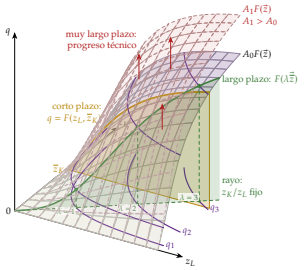
c) Coeficientes fijos (Leontief)

- *Idea*: límite $\sigma \to 0$: sin sustitución; Cassel (1918); Leontief (1936): tablas *input-output* [3.A.31].
- *Supuestos*: $q = \min\{z_K/a;\ z_L/b\}$, coeficientes técnicos $a, b > 0$.
- *Desarrollo*: isocuantas en ángulo recto, vértice en $z_K/z_L = a/b$; el factor sobrante tiene PMg nula; RMST 0 o ∞, $\sigma = 0$; RCE.
- *Implicaciones*: proporción independiente de los precios; $C = (a\, w_K + b\, w_L)\, q$ [3.A.12].
- *Valoración*: útil si la sustitución es despreciable (CP, intersectorial); a LP sí se sustituye.

II. Análisis de la función de producción: las leyes temporales *11'30''*

Cada plazo es un corte de la superficie: a CP, la ley de rendimientos decrecientes delimita la región económica y las etapas; a LP, la elasticidad de escala, global o local, mide la respuesta al tamaño; a muy LP, el progreso técnico desplaza la tecnología, neutral o sesgado.

- *Plazos* (Marshall, 1890, libro V): grados de libertad, no calendario. *Corto*: algún factor fijo ($z_K = \overline{z}_K$), corte por un plano: **productividad**. *Largo*: todos variables, corte por un rayo: **rendimientos a escala**. *Muy largo*: la superficie se desplaza: **progreso técnico**.



Los 3 plazos sobre la superficie de producción

II.1. Corto plazo: productividad

- *Conjunto*: $\mathcal{Y}(\overline{z}_K) = \{\vec{y} \in \mathcal{Y} : z_K = \overline{z}_K\} \subseteq \mathcal{Y} \Rightarrow q^{\text{LP}} \geq q^{\text{CP}}$; coste LP = envolvente de los de CP [3.A.12]; sin inacción si hay coste hundido.
- *Función*: **rendimientos marginales mixtos**: q crece a ritmo creciente, luego decreciente, máximo y cae (**ley de las proporciones variables**, Turgot).
- *Advertencia*: *incumple la eliminación gratuita* (PMg < 0); se mantiene por motivo *histórico* (Cassels, 1936) y *didáctico* (región económica).

a) Región económica

- **Líneas de contorno**: $\text{PMg}_K = 0$ (arriba) y $\text{PMg}_L = 0$ (abajo); isoclinas con RMST ∞ y 0.
- **Región económica**: entre ellas, ambas PMg > 0: zona de sustitución. Fuera, lo mismo con más de algún factor. Con Inada (CD), toda la función.

b) Productividad

- **Productividad media** (PMe): pendiente del rayo desde el origen al producto total (PT).
- **Productividad marginal** (PMg): pendiente de la tangente al PT; máx. en su inflexión, 0 en el máx. del PT.
- **Elasticidad-producto**: % de q ante un 1 % más de factor variable.

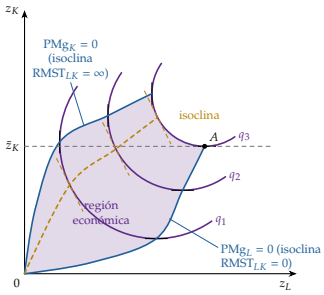
$$\text{PMe}_L = \frac{q}{z_L}, \quad \text{PMg}_L = \frac{\partial F(z_L, \overline{z}_K)}{\partial z_L}, \quad \varepsilon_{q,z_L} = \frac{\text{PMg}_L}{\text{PMe}_L}$$

$$\frac{d\text{PMe}_L}{dz_L} = \frac{\text{PMg}_L - \text{PMe}_L}{z_L} \Rightarrow \text{PMg}_L = \text{PMe}_L \text{ en el máx. de la PMe}$$

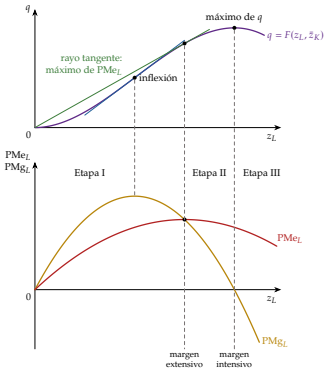
- *Etapas* (Cassels, 1936): *I*, demasiado factor fijo, producción extensiva; con RCE, Euler: $\text{PMe}_L = \text{PMg}_L + \text{PMg}_K\, z_K/z_L \Rightarrow \text{PMg}_K < 0$. *II*: región económica; aquí produce la empresa (punto según precios [3.A.16]). *III*: demasiado factor variable; reducir z_L aumenta q.

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

Tramo	*Productividades*	ε_{q,z_L}	*Producción*
Etapa I	$\text{PMg}_L > \text{PMe}_L$	> 1	extensiva
Margen extensivo	$\text{PMg}_L = \text{PMe}_L$ máx.	$= 1$	óptimo técnico
Etapa II	$0 < \text{PMg}_L < \text{PMe}_L$	$(0, 1)$	región económica
Margen intensivo	$\text{PMg}_L = 0$, máx. q	$= 0$	máximo técnico
Etapa III	$\text{PMg}_L < 0$	< 0	intensiva



Región económica entre las líneas de contorno



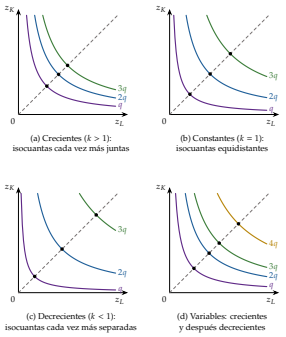
PT (arriba), PMe y PMg (abajo): etapas

II.2. Largo plazo: rendimientos a escala

- *Definición*: $\vec{z} \to \lambda\vec{z}$, λ = **factor de escala**. Para $\lambda > 1$, $F(\lambda\vec{z}) \gtreqless \lambda F(\vec{z})$: rendim. *crecientes*, *constantes*, *decrecientes*. Isocuantas $q, 2q, 3q$ en un rayo: cada vez más juntas, equidistantes, más separadas.
- *Causas*: crecientes: especialización, indivisibilidades, relaciones físicas (tubería); decrecientes: coordinación.
- *Medida*: **elasticidad de escala** (coeficiente de la función): % de q ante un 1 % más de todos los factores; $>, =, < 1$.

$$\varepsilon_{q,\lambda}(\vec{z}) \equiv \left.\frac{d \ln F(\lambda\vec{z})}{d \ln \lambda}\right|_{\lambda=1} = \frac{\sum_i \text{PMg}_i z_i}{F(\vec{z})} = \sum_i \varepsilon_{q,z_i}$$

$$\text{Homogénea: } F(\lambda\vec{z}) = \lambda^k F(\vec{z}); \qquad \text{Euler: } \sum_i \text{PMg}_i z_i = kF(\vec{z})$$



Isocuantas sobre un rayo: crecientes, constantes, decrecientes y variables

- **Rendimientos globales**: propiedad de *toda* la tecnología ($\forall\vec{z}$, $\lambda > 1$) = propiedad de escala de $\mathcal{Y}$ (cono, divisibilidad, aditividad). Caso: **homogénea de grado** k: $\varepsilon_{q,\lambda} = k$ siempre; PMg de grado $k-1$; RMST de grado 0. Con $k = 1$, pagar la PMg agota el producto (Wicksteed).
- **Rendimientos locales**: en un punto, con $\varepsilon_{q,\lambda}(\vec{z})$ = suma de elasticidades-producto: une CP (eje) y LP (rayo). CD: $\alpha + \beta$.
- **Rendimientos variables**: *regular ultra passum law* (Frisch, 1965): crecientes de pequeña, constantes, decrecientes de grande: tecnología «en S» → CMe en U [3.A.12].
- *Homotéticas*: $F = g(h(\vec{z}))$, h homogénea de grado 1, g creciente: isoclinas rectas; $\varepsilon_{q,\lambda}$ depende solo de q. Homogénea ⇒ homotética, no al revés: $\ln(1 + z_K^{1/2} z_L^{1/2})$.
- *Economías de escala*: ≠ rendimientos: propiedad de los costes. En la senda de mínimo coste, $\varepsilon_{q,\lambda}$ = CMe/CMg (coste medio / coste marginal; Hanoch, 1975); coinciden punto a punto si homotética [3.A.12].
- *RCE*: tamaño de la empresa indeterminado; lo deciden demanda o entrada [3.A.16].
- *Evidencia*: industria de EE. UU. (2 dígitos): rendim. constantes o algo decrecientes, mayores al agregar (Basu-Fernald, 1997) ⇒ avala RCE agregados.

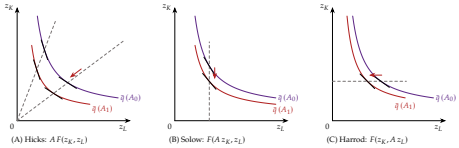
II.3. Muy largo plazo: progreso técnico

- *Concepto*: **progreso técnico**: cambios en los métodos; innovaciones de *proceso* (más con lo mismo) y de *producto* (calidad, bienes nuevos). Amplía $\mathcal{Y}$: $F \uparrow$, isocuantas hacia el origen.
- *Clasificación* (Hicks, 1932, por el reparto): **neutral** si no altera una relación concreta entre PMg; **sesgado** (ahorrador de trabajo o de capital) si la altera.

$$\text{Hicks: } A_t F(z_K, z_L); \quad \text{Solow: } F(A_t z_K, z_L); \quad \text{Harrod: } F(z_K, A_t z_L)$$

$$\text{CD: } A_t z_K^\alpha z_L^\beta = \left(A_t^{1/\alpha} z_K\right)^\alpha z_L^\beta = z_K^\alpha \left(A_t^{1/\beta} z_L\right)^\beta$$

- **Neutral de Hicks** (aumentador del producto): RMST constante para z_K/z_L dado; isocuantas hacia el origen sin cambiar de pendiente en cada rayo. RMST ↑ ⇒ ahorrador de capital; ↓, de trabajo. Base de la PTF [3.A.45].
- **Neutral de Solow** (aumentador del capital): participaciones constantes para z_L/q dado.
- **Neutral de Harrod** (aumentador del trabajo, 1948): participaciones constantes para z_K/q dado.



Neutralidad de Hicks (A), Solow (B) y Harrod (C)

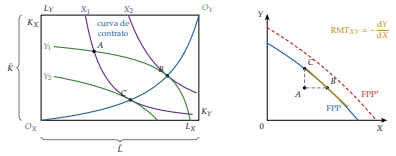
- *Relación*: no jerarquía, 3 criterios con 3 proporciones constantes; coinciden en la CD.
- *Teorema de Uzawa* (1961): crecimiento equilibrado con RCE exige progreso aumentador del trabajo ⇒ el modelo de Solow lo supone [3.A.43].
- *Aumentar ≠ sesgar*: con $\sigma < 1$, el aumentador del capital eleva más la PMg del trabajo: sesgado hacia el trabajo (Acemoglu). Sesgo sectorial → comercio y relación real de intercambio [3.B.9].

III. Empresa multiproducto: curva de contrato *4'30''*

Con varios productos, la eficiencia exige además igualar las RMST (curva de contrato); la frontera es $T(\vec{y}) = 0$ y su pendiente, la RMT, el coste de oportunidad.

III.1. Caja de Edgeworth: curva de contrato y FPP

- *Idea*: varios productos con procesos *separables* (una planta cada uno, o empresas de una economía): la frontera sale de *asignar* los factores. Construcción del equilibrio general [3.A.21], resumida.
- *Supuestos*: $X = F_X(L_X, K_X)$, $Y = F_Y(L_Y, K_Y)$; $L_X + L_Y = \overline{L}$, $K_X + K_Y = \overline{K}$.
- *Desarrollo*: **caja de Edgeworth**: mapa de Y girado 180° sobre el de X, lados $\overline{L}$ y $\overline{K}$. Si las isocuantas se cortan (A), reasignando: más X con igual Y (B) o más Y con igual X (C). **Eficiencia técnica** (de Pareto en la producción): tangencia, $\text{RMST}_{LK}^X = \text{RMST}_{LK}^Y$; lugar de tangencias = **curva de contrato** [3.A.22] → **frontera de posibilidades de producción** (FPP).



Caja de Edgeworth, curva de contrato y FPP

$$\text{RMT}_{XY} \equiv -\frac{dY}{dX} = \frac{\text{PMg}_L^Y}{\text{PMg}_L^X} = \frac{\text{PMg}_K^Y}{\text{PMg}_K^X} = \frac{\text{CMg}_X}{\text{CMg}_Y}$$

- *Implicaciones*: **relación marginal de transformación** (RMT) = coste de oportunidad de una unidad más de X. RMST: pendien-

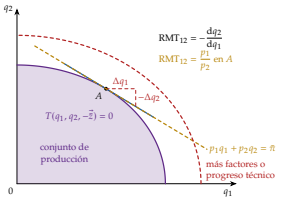
© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal

te de la isocuanta (2 factores, 1 producto); RMT: de la frontera (2 productos, factores dados).
- *Forma de la FPP*: decreciente; rendim. decrecientes ⇒ estr. cóncava; RCE: cóncava si intensidades distintas, *lineal* si iguales; crecientes: puede ser convexa [3.B.6]. Progreso técnico y dotaciones: hacia fuera.
- *Extensiones*: competencia perfecta: $p_j \text{PMg}_i^j = w_i \Rightarrow \text{RMST}^X = \text{RMST}^Y = w_L/w_K$ (en la curva de contrato) y RMT $= p_X/p_Y$.
- *Valoración*: procesos separables: no recoge un proceso con varios productos.

III.2. La empresa multiproducto y la producción conjunta

- *Idea*: **empresa multiproducto**: varios productos con los mismos factores. $\mathcal{Y}$ la admite sin cambios (más de un componente positivo); lo que no sirve es F.
- *Supuestos*: **función de transformación**: $\mathcal{Y} = \{\vec{y} : T(\vec{y}) \leq 0\}, T = 0$ en los planes eficientes; un producto: $T(q, -\vec{z}) = q - F(\vec{z})$.
- *Desarrollo*: con 2 productos y $\overline{\vec{z}}$, **curva de transformación** $T(q_1, q_2, -\overline{\vec{z}}) = 0$; su pendiente, la RMT de la empresa. $\mathcal{Y}$ convexo ⇒ cóncava, RMT ↑ al especializarse; más factores o progreso: hacia fuera.

$$\text{RMT}_{12} \equiv -\left.\frac{dq_2}{dq_1}\right|_{T=0} = \frac{\partial T/\partial q_1}{\partial T/\partial q_2}; \qquad \text{óptimo: RMT}_{12} = \frac{p_1}{p_2}$$



Curva de transformación de la empresa y RMT

- *Implicaciones*: **producción conjunta** estricta (un proceso, varios productos): *proporciones fijas* (carne y cuero, trigo y paja: oferta conjunta de Marshall; frontera = punto o ángulo recto; sin imputación técnica del coste) o *variables* (refino del petróleo; ganadería de lana o carne). Con precios, isobeneficio tangente: $\text{RMT}_{12} = p_1/p_2$.
- *Extensiones*: **economías de alcance** (Panzar-Willig, 1981): $C(q_1, q_2) < C(q_1, 0) + C(0, q_2)$, por factores compartidos (instalaciones, marca, conocimiento) ⇒ con las de escala, subaditividad y monopolio natural multiproducto [3.A.17]; límites de la empresa [3.A.15].
- *Valoración*: T generaliza F, pero solo dice qué es posible; qué se elige depende de los precios.

Conclusión *1'30''*

- **Recapitulación**: (1) axiomas → F e isocuantas, RMST y σ; CD, CES y Leontief; (2) plazos de Marshall: rendim. decrecientes (CP), a escala globales o locales (LP), progreso técnico (muy LP); (3) varios productos: curva de contrato, FPP y función de transformación.
- **Relevancia**: la forma de F decide resultados: con RCE el producto se agota y las participaciones dependen de σ; caída de la del trabajo desde los 80 (Karabarbounis-Neiman, 2014), difícil con $\sigma = 1$; Harrod y crecimiento equilibrado; rendim. crecientes → crecimiento endógeno y nuevo comercio.
- **Extensiones**: costes y dualidad [3.A.12]; oferta [3.A.16-19]; bienestar [3.A.22]; controversia de los dos Cambridge [3.A.4]; comercio [3.B.5][3.B.6].
- **Opinión**: idealización poderosa, pero la empresa como *caja negra*; lo de dentro, teoría de la empresa y organización industrial [3.A.15].
- **Idea final**: ¿una función resume lo que sabe hacer la empresa? Lo que *puede* producir, no lo que producirá ni cómo se organiza: el mapa de lo técnicamente posible sobre el que precios, costes y mercados trazan la elección. El refrán acierta al añadir trabajo con lo demás fijo (rendimientos marginales decrecientes); falla si crecen todos los factores y se divide el trabajo (rendimientos a escala crecientes: alfileres).

Datos clave

- σ capital-trabajo: **0,4-0,6** (Chirinko, 2008); ≈**0,3** (Gechert et al., 2022).
- Remuneración de asalariados en España: **48,4 % del PIB** (Eurostat, 2025); **56,6 %** (AMECO, ajustada).

Autores y fechas

1767 Turgot: proporciones variables
1890 Marshall: plazos
1894 Wicksteed: agotamiento
1928 Cobb-Douglas
1932 Hicks: σ y neutralidad
1936 Cassels: etapas; Leontief
1959 Debreu: axiomático
1961 ACMS: CES; Uzawa
1981 Panzar-Willig: alcance

Preguntas del tribunal

1. **¿Por qué una función con PMg < 0?** Historia (Cassels) y didáctica: región económica.
2. **¿Cuasiconcavidad o concavidad?** Isocuantas convexas / rendimientos no crecientes.
3. **¿PMg decrecientes y rendimientos crecientes?** Sí: CD con $\alpha, \beta < 1, \alpha + \beta > 1$.
4. **¿Rendimientos y economías de escala?** Tecnología / costes; $\varepsilon_{q,\lambda} = \text{CMe/CMg}$.
5. **¿Beneficio con RCE?** No acotado o 0; escala indeterminada.

Ojo en el test

- Etapas: Cassels (1936), no Cassel.
- $\sigma = 0, 1, \infty$: *límites* de la CES.
- Con $\sigma < 1$, $w_L/w_K \uparrow \Rightarrow$ participación del trabajo ↑.

© 2026 Víctor Gutiérrez Marcos · Exclusivo de victorgutierrezmarcos.es y la app Oposición TCEE · DCE · uso personal